

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Т. Ф. Гумен

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ - 1 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 171 «Електроніка»,
спеціалізацією «Електронні та інформаційні технології кінематографії та
аудіовізуальних систем»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2018

Рецензенти: *Луньова С. А., канд. фіз.-мат. наук, доцент*

Відповідальний
редактор *Савченко Ю. Г., д.т.н., професор*

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 6 від 22.02.2018 р.)
за поданням Вченої ради ФЕЛ (протокол № 1/18 від 29.01.2018 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Гумен Тамара Федосіївна

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ - 1

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

Теорія електричних кіл – 1: Розрахункова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 171 «Електроніка», спеціалізації «Електронні та інформаційні технології кінематографії та аудіовізуальних систем» / Т. Ф. Гумен; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,06 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 54 с.

Наведено стислі теоретичні відомості аналізу лінійних резистивних кіл методом еквівалентних перетворень, приклади розрахунку на основі теорем лінійних кіл, а також структуру та вимоги до розрахункової роботи.

Особливістю розрахункової роботи є те, що розглянуті організаційні вказівки до виконання розрахункової роботи та контрольні питання сприятимуть студентам більш ефективно спланувати час опрацювання теоретичного матеріалу, виконання розрахункової частини, оформлювання пояснювальної записки, підготовки до захисту.

© Т. Ф. Гумен , 2018
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 20

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Основні вимоги до РГР	5
1.1 Мета РГР	5
1.2 Завдання на РГР	5
1.3 Організаційні вказівки до виконання РГР	6
1.4 Структура РГР та пояснювальної записки	6
1.5 Оформлення пояснювальної записки РГР	7
2 Аналіз лінійних резистивних кіл методом еквівалентних перетворень	9
2.1 Знаходження реакції лінійного резистивного кола за принципом суперпозицій	9
2.2 Розрахунок лінійних резистивних кіл із застосуванням перетворень згідно теореми про еквівалентний генератор	24
2.3 Використання теореми компенсації при розрахунках лінійних резистивних кіл	38
3 Методи перевірки розрахунку електричних кіл	41
3.1 Закони Кірхгофа	41
3.2 Баланс потужностей	43
4 Контрольні питання	44
Перелік джерел посилання	47
Додаток А Приклад оформлення титульного аркуша	48
Додаток Б Приклад оформлення завдання	49
Додаток С Варіанти завдань	51
Додаток Д Кратні та частинні одиниці	54

ВСТУП

Дисципліна «Теорія електричних кіл-1 (ТЕК-1)» є невід’ємною складовою циклу навчальних дисциплін базової підготовки бакалаврів за спеціальністю «Електроніка», які закладають фундамент якісної підготовки фахівців у галузі знань «Електроніка та телекомунікації»

Міцні знання з дисципліни «ТЕК-1», необхідні практичні навички та вміння набуваються студентами у поєднанні різних видів роботи на лекційних, практичних, лабораторних заняттях і обов’язково самостійної роботи.

Робочою програмою дисципліни передбачено виконання розрахунково-графічної роботи (РГР) по розділу «Резистивні кола», яка дозволить студентам закріпити теоретичні знання та вдосконалити практичні навички розрахунку лінійних резистивних кіл постійного струму.

В навчальному посібнику коротко, але достатньо повно, розглянуті теоретичні аспекти аналізу лінійних резистивних кіл методом еквівалентних перетворень, методів їх розрахунку, визначені основні особливості, властивості та сутність.

Наведені теоретичні відомості та практичні приклади дозволять студентам ґрунтовніше розібратися з аналізом лінійних резистивних кіл постійного струму і сприятимуть самостійному виконанню РГР

1 ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РГР

1.1 Мета РГР.

Метою РГР є оволодіння студентами навичок аналізу електричних процесів в лінійних резистивних колах постійного струму за допомогою методу еквівалентних перетворень на основі теорем лінійних кіл [1, 2, 3] .

1.2 Завдання на РГР

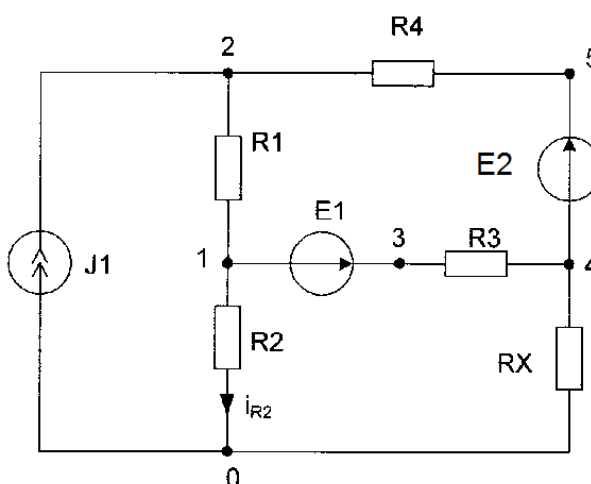


Рисунок 1.1 - Схема лінійного резистивного кола

Для заданого електричного кола (рис.1.1) з параметрами елементів згідно номеру варіанту (Додаток С) виконати наступне:

1. Методом суперпозицій розрахувати значення струму та напруги на всіх елементах кола. Результати перевірити за законами Кірхгофа та умовою балансу потужності.
2. Методом еквівалентного джерела напруги (за теоремою Тевенена) і струму (за теоремою Нортон) визначити напругу і струм на елементі RX.
3. Розрахувати значення струму та напруги на всіх елементах кола з використанням теореми компенсації. Результати перевірити за законами Кірхгофа та умовою балансу потужності.

1.3 Організаційні вказівки до виконання РГР

Кожний студент отримує індивідуальне завдання на РГР (варіант завдання визначається викладачем), яке оформлюється на бланку із зазначенням усіх його граф (Додаток Б). Оформлене у зазначений спосіб завдання і підписане студентом подається на підпис викладачу не пізніше другого тижня від видачі завдання.

Виконувати РГР рекомендується у відповідності до календарного плану наведеному у завданні (див. Додаток Б).

При складанні календарного плану виконання РГР кожний студент повинен у межах визначених термінів оптимально спланувати свій час так, щоб урахувати свої індивідуальні властивості та творчі здібності для збирання інформації, її обдумування та аналізу, виконання розрахунків, рисунків, таблиць, оформлення текстового матеріалу.

Для зменшення витрат часу на нетворчу роботу потрібно використовувати різноманітні комп'ютерні програми для виконання розрахунків, побудови таблиць і графіків тощо.

РГР оцінюється у відповідності до «Положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з дисципліни «Теорія електричних кіл-1»».

Виконана РГР, що не відповідає індивідуальному завданню не зараховується.

1.4 Структура РГР та пояснювальної записки

РГР складається із титульного аркуша (Додаток А), завдання (Додаток Б), пояснювальної записки.

Пояснювальна записка містить такі структурні елементи: зміст, вступ, основна частина, висновки, перелік джерел посилання, додатки.

Зміст має включати: вступ, найменування всіх розділів, підрозділів, пунктів основної частини роботи, висновки, перелік джерел посилання, додатки.

У вступі зазначається актуальність виконання РГР, мета роботи, коротка характеристика змісту роботи.

В основній частині викладаються принципи аналізу та методи розрахунку лінійних електричних резистивних кіл. Суть основної частини подається у вигляді розділів, підрозділів, пунктів, а при необхідності і підпунктів.

У висновках дається оцінка одержаних результатів, порівняльна характеристика методів розрахунку і пропозиції щодо їх використання.

У переліку джерел посилення бібліографічні описи подають у порядку, за яким джерела вперше згадують у тексті. Порядкові номери бібліографічних описів у переліку джерел мають відповідати посиланням на них у тексті

До додатків можна включати діаграми, графіки, схеми, таблиці результатів, лістинги використовуваних комп'ютерних програм.

1.5 Оформлення пояснювальної записки РГР

Оформлення пояснювальної записки до РГР має відповідати ДСТУ 3008:2015 «Звіти у сфері науки і техніки Структура та правила оформлювання».

Пояснювальну записку до РГР, згідно з [4], виконують машинним (за допомогою комп'ютерної техніки) чи машинописним способом на одному боці аркуша білого паперу формату А4 (шрифт Times New Roman, 14 пт, міжрядковий інтервал 1,5-2, береги: верхній і нижній - не менше 20 мм, лівий – не менше 25мм, правий - не менше 10 мм).

Сторінки слід номерувати наскрізно арабськими цифрами. Номер сторінки проставляють праворуч у верхньому куті без крапки в кінці.

Титульний аркуш, лист завдання включають до загальної нумерації сторінок, номер сторінки на титульному аркуші та листі завдання не проставляють.

Графічний матеріал (діаграми, графіки, схеми) має відповідати [4, 5].

Наведення числового результату розрахунків без попереднього запису у формулі замість буквених символів числових значень величин, які входять до неї, не допускається .

Кінцеві числові результати розрахунків повинні містити не менше п'яти цифр після коми. При порівнянні результатів , отриманих різними методами, їхня відмінність не повинна перевищувати 2%

Рекомендований обсяг пояснювальної записки складає 15-20 аркушів.

2 АНАЛІЗ ЛІНІЙНИХ РЕЗИСТИВНИХ КІЛ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

2.1 Знаходження реакції лінійного кола за принципом суперпозицій.

Принцип суперпозицій [2, 6]. є основою багатьох методів аналізу лінійних кіл, які враховують основну їх властивість: *реакція лінійного кола на суму незалежних дій дорівнює алгебраїчній сумі реакцій на кожну дію окремо.*

Згідно з принципом суперпозиції, якщо в лінійному електричному колі є декілька незалежних джерел, то його реакція на їх одночасну дію може бути визначена сумою реакцій декількох розрахункових електричних кіл. Кожне розрахункове коло складається на основі початкового вилученням усіх незалежних джерел, окрім одного, яке не входить в попередньо складені розрахункові кола.

Вилучення ідеального джерела напруги зводиться до закорочування його зовнішніх виводів, а джерела струму - до їх розмикання.

Принцип суперпозиції реалізується теоремою накладання, алгоритм використання якої зводиться до формування сукупності електричних кіл, кожне з яких містить тільки одне незалежне джерело, знаходження реакції кожного кола окремо та загальної реакції.

Реакція кожного розрахункового кола у загальній реакції береться із знаком «+», якщо її додатний напрям співпадає з вибраним додатним напрямом загальної реакції початкового кола, якщо не співпадає із знаком «-». Розглянемо розрахунок електричного кола на прикладах.

Приклад 1

Методом суперпозиції знайти струми усіх елементів кола на рис. 2.1,а ?

Виходячи з кількості незалежних джерел в початковому колі, складемо два розрахункових кола: одне з джерелом напруги і вилученим джерелом струму (рис. 2.1,б), інше - з джерелом струму і вилученим джерелом напруги (рис. 2.1,в).

Струми, обумовлені дією тільки джерела напруги (рис. 2.1,б):

$$i_{R1}^e = \frac{e(t)}{R_{\text{вх}}} = \frac{e(t)}{R_1 + [R_2 \parallel (R_3 + R_4)]}; \quad i_{R2}^e = i_{R1}^e \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4}; \quad i_{R3}^e = i_{R4}^e = i_{R1}^e - i_{R2}^e.$$

Струми обумовлені дією тільки джерела струму (рис. 2.1,в):

$$i_{R4}^j = j(t) \frac{R_3 + (R_2 \parallel R_1)}{R_3 + (R_2 \parallel R_1) + R_4}; \quad i_{R3}^j = j(t) - i_{R4}^j;$$

$$i_{R2}^j = i_{R3}^j \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \quad i_{R1}^j = i_{R3}^j + i_{R2}^j; \quad i_e^j = i_{R1}^j.$$

Остаточний результат є алгебраїчною сумою струмів у першому та другому колах з урахуванням їх додатнього напрямку по відношенню до початкового кола на рис. 2.1,а:

$$i_{R1} = i_{R1}^e + i_{R1}^j; \quad i_{R2} = i_{R2}^e + i_{R2}^j; \quad i_{R3} = i_{R3}^j + i_{R3}^e; \quad i_{R4} = i_{R4}^j - i_{R4}^e.$$

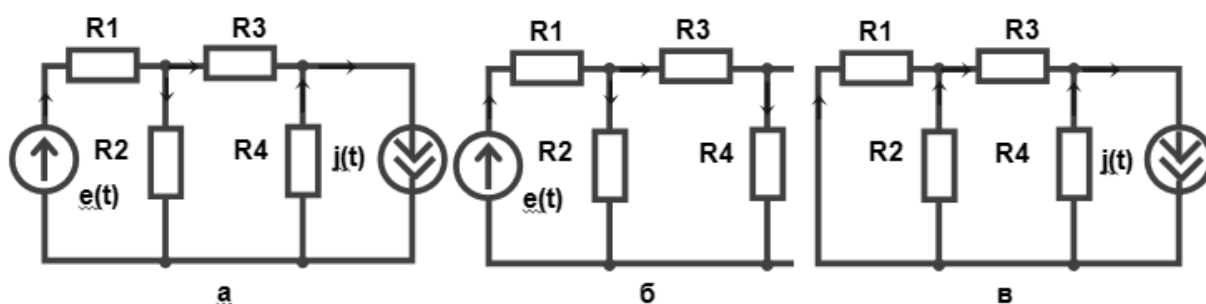


Рисунок 2.1 - Ілюстрація методу суперпозиції: а – початкове коло;

б – перше розрахункове коло; в – друге розрахункове коло.

Приклад 2. За теоремою накладання для заданого кола (рис. 2.2) визначити струми та напруги усіх елементів. Параметри елементів: $R1=1.2 \text{ кОм}$, $R2=1 \text{ кОм}$, $R3=3 \text{ кОм}$, $R4=2 \text{ кОм}$, $R5=4.3 \text{ кОм}$, $R_X=1 \text{ кОм}$, $U_{E1}=6 \text{ В}$, $I_{J1}=3 \text{ мА}$. Перевірку розрахунків за законами Кірхгофа та зведенням балансу потужностей.

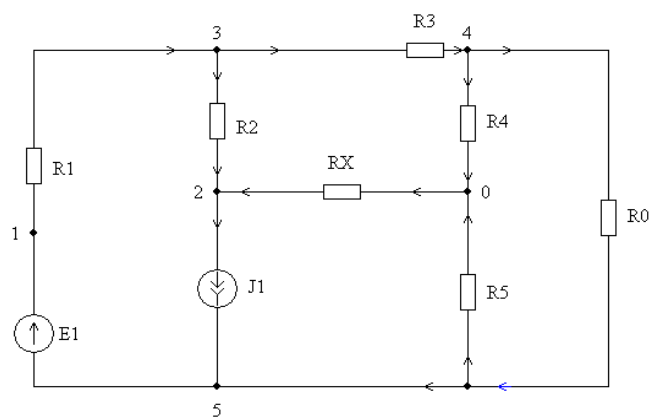


Рисунок 2.2

Розв'язок

а). Вилучаємо джерело напруги і зробимо розрахунки при дії джерела струму J1 (рис.2.3).

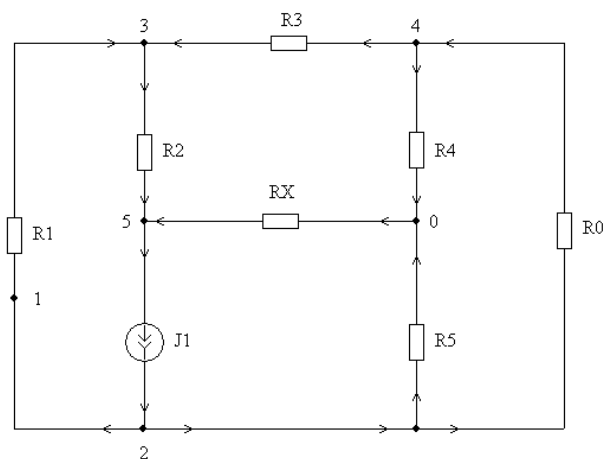


Рисунок 2.3

Перетворимо «зірку» $R3-R4-R0$ (рис. 2.3) в «трикутник» отримана схема зображена на рис. 2.4

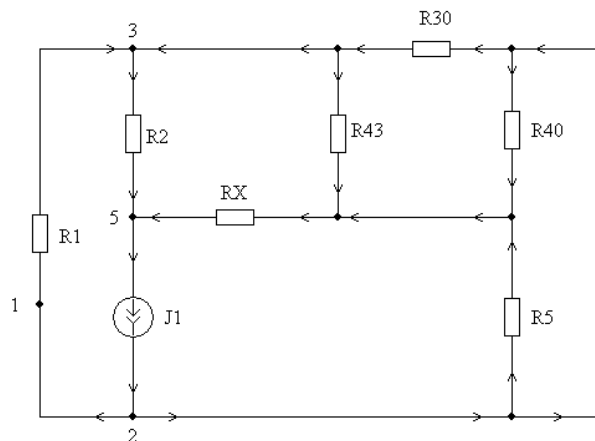


Рисунок 2.4

$$R_{43} = R_4 + R_3 + \frac{R_4 \times R_3}{R_0} = 2 + 3 + \frac{2 \times 3}{1} = 11 \text{ кОм}$$

$$R_{30} = R_3 + R_0 + \frac{R_3 \times R_0}{R_4} = 3 + 1 + \frac{3}{2} = 5.5 \text{ кОм}$$

$$R_{40} = R_4 + R_0 + \frac{R_4 \times R_0}{R_3} = 2 + 1 + \frac{2}{3} = 3.666666 \text{ кОм}$$

Оскільки R_5 і R_{40} з'єднані паралельно то схему можна перетворити в схему зображену на рис. 2.5

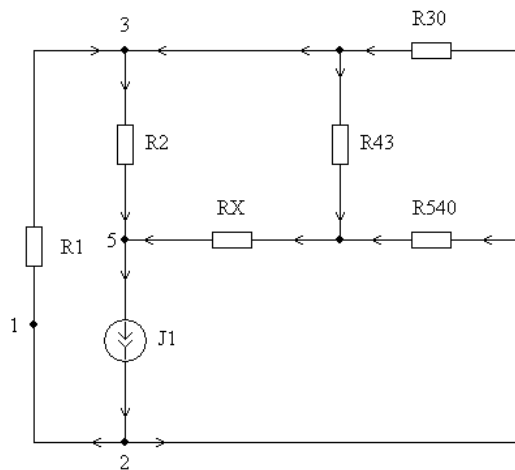


Рисунок 2.5

$$R_{450} = \frac{R_5 \parallel R_{40}}{R_5 + R_{40}} = \frac{4.3 \parallel 3.6}{4.3 + 3.6} = 1.959493 \text{ кОм}$$

Зробимо еквівалентні перетворення з'єднання «зірки» RX - R_{43} - R_{450} (рис.2.5) в «трикутник» та обчислимо R_{43X} , R_{X540} , R_{43540} (рис.2.6).

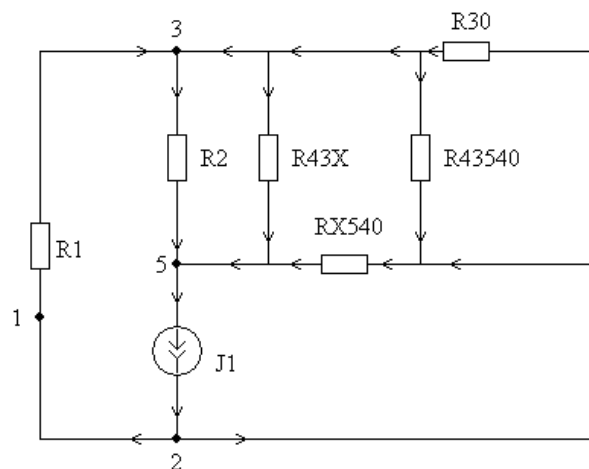


Рисунок 2.6

$$R_{43X} = R_{43} + R_X + \frac{R_{43} \cdot R_X}{R_{540}} = 11 + 1 + 5.613705 = 17.613705 \text{ кОм}$$

$$R_{43540} = R_{43} + R_{540} + \frac{R_{43} \cdot R_{540}}{R_X} = 11 + 1.959493 + \frac{11 \cdot 1.959493}{1} = 34.513916 \text{ кОм}$$

$$R_{X540} = R_X + R_{540} + \frac{R_X \cdot R_{540}}{R_{43}} = 1 + 1.959493 + \frac{1.959493}{11} = 3.137628 \text{ кОм.}$$

Паралельне з'єднання резисторів R_{43X} та R_2 замінимо на еквівалентний опір R_{243X} (рис.2.6), R_{30} та R_{43540} на R_7 (рис.2.7).

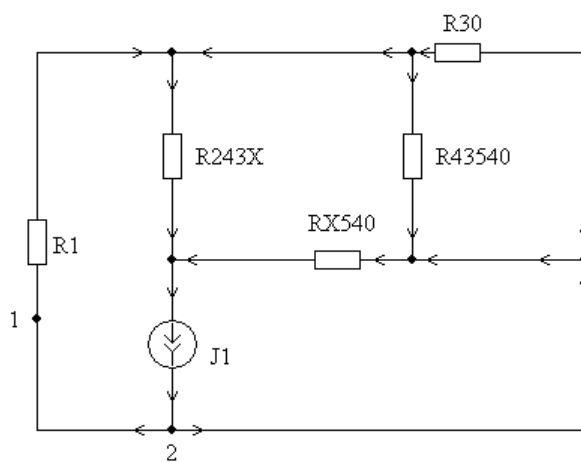


Рисунок 2.7

$$R_{243X} = \frac{R_{43X} \cdot R_2}{R_{43X} + R_2} = \frac{17.613705 \cdot 1}{17.613705 + 1} = 0.946276 \text{ кОм}$$

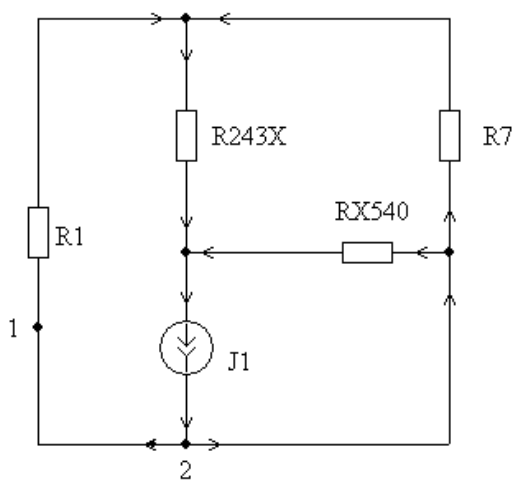


Рисунок 2.8

$$R_7 = \frac{R_{30} \parallel R_{43540}}{R_{30} + R_{43540}} = \frac{5.5 \parallel 34.513916}{5.5 + 34.513916} = 4.744013 \text{ кОм}$$

Перетворимо джерело струму $J1$ (рис.2.8) в джерело напруги $E2$ (рис. 2.9)

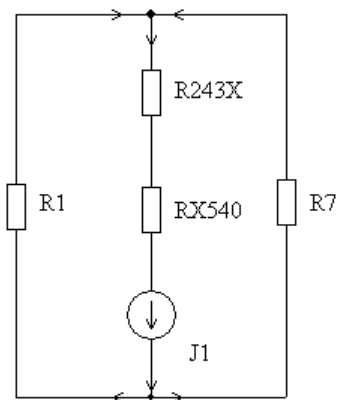


Рисунок 2.9

$$U_{E2} = IJ \parallel R_{X540} = 3 \parallel 3.137628 = 9.412884 \text{ В}$$

Послідовне з'єднання резисторів $RX540$ та $R243X$ (рис.2.9) замінимо еквівалентним опором $R8$, а паралельне $R1$ і $R7$ на $R17$ (рис.2.10)

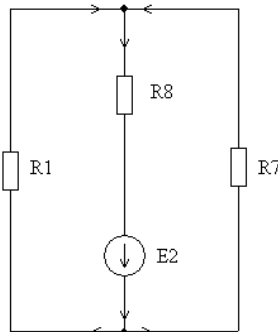


Рисунок 2.10

$$R_8 = R_{243X} + R_{X540} = 0.946276 + 3.137628 = 4.083904 \text{ кОм}$$

$$R_{17} = R_1 \parallel R_7 / (R_1 \parallel R_7) = 1.2 \parallel 4.744013 / (1.2 + 4.744013) = 0.957739$$

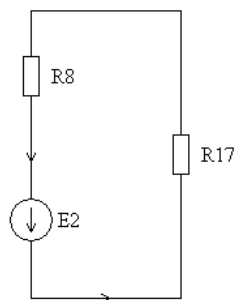


Рисунок 2.11

Опір послідовно . з'єднаних резисторів R_8 і R_{17} (рис. 2.11) замінимо еквівалентним опором $R_{екв}$ (рис.2.12)

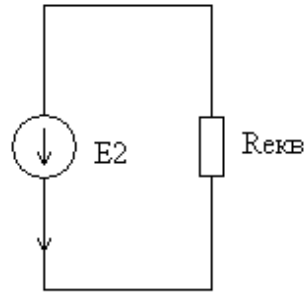


Рисунок 2.12

$$R_{екв} = R_{17} + R_8 = 0.957739 + 4.083904 = 5.041643 \text{ кОм}$$

$$I_{R_{екв}} = \frac{U}{R} = \frac{9.412884}{5.041643} = 1.867027 \text{ мА}$$

Визначимо реакцію усіх елементів кола на дію джерела струму $J1$.

Оскільки резистори R_8 та R_{17} з'єднані послідовно (рис. 2.11), то:

$$I_{R_{17}} = I_{R_8} = I_{R_{екв}} = 1.867027 \text{ мА}$$

Визначимо реакцію усіх елементів кола на дію джерела струму $J1$.

Оскільки резистори R_8 та R_{17} з'єднані послідовно (рис. 2.11), то:

$$I_{R_{17}} = I_{R_8} = I_{R_{екв}} = 1.867027 \text{ мА}$$

За законом Ома визначимо напруги на цих елементах:

$$U_{R_{17}} = I_{R_{17}} \cdot R_{17} = 1.867027 \cdot 0.957739 = 1.7881245 \text{ В},$$

$$U_{R_8} = I_{R_8} \cdot R_8 = 1.867027 \cdot 4.083904 = 7.600255 \text{ В}.$$

Так, як резистори R_1 та R_7 з'єднані паралельно (рис. 2.10), то:

$$U_{R_1} = U_{R_7} = U_{R_{17}} = 1.788124 \text{ В}$$

Обчислимо струми на цих елементах за законом Ома:

$$I_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{1.788124}{1.2} = 1.490103 \text{ мА},$$

$$I_{R_7} = \frac{U_{R_7}}{R_7} = \frac{1.788124}{4.744013} = 0.376922 \text{ мА}.$$

Резистори R_{243X} та R_{X540} з'єднані послідовно (рис. 2.9), і тому:

$$I_{R243X} = I_{RX540} = I_{R8} = 1.867027 \text{ мА}$$

Обчислимо напругу на $R243X$ за законом Ома:

$$U_{R243X} = I_{R243X} \cdot R_{243X} = 1.867027 \cdot 0.946216 = 1.766722 \text{ В}$$

Струм на $RX540$ знайдемо за першим законом Кірхгофа :

$$I_{RX540} = - (I_{R243X} - I_J) = - (1.867027 - 3) = 1.132973 \text{ мА}$$

За законом Ома:

$$U_{RX540} = I_{RX540} \cdot R_{X540} = 1.132973 \cdot 3.137628 = 3.527809 \text{ В},$$

Джерело $J1$ та $RX540$ з'єднані паралельно відповідно і напруги їх рівні.

Резистори $R30$ та $R43540$ з'єднані паралельно (рис. 2.7), тому

$$U_{R30} = U_{R43540} = U_{R7} = 1.788124 \text{ В}$$

$$I_{R30} = \frac{U_{R30}}{R_{30}} = \frac{1.788124}{5.5} = 0.325113 \text{ мА};$$

$$I_{R43540} = \frac{U_{R43540}}{R_{43540}} = \frac{1.788124}{34.513316} = 0.051808 \text{ мА}$$

Із паралельного з'єднання $R2$ і $R43X$ визначаємо напруги та струми елементів:

$$U_{43X} = U_2 = 1.766722$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{1.766722}{1} = 1.766722 \text{ В}$$

За першим законом Кірхгофа (рис. 2.5)

$$I_{R540} = (I_J - I_{R1}) - I_{R30} = (3 - 1.490103) - 0.325113 = 1.184784 \text{ мА},$$

тоді:

$$U_{R540} = I_{R540} \cdot R_{540} = 1.184784 \cdot 1.959493 = 2.421576 \text{ В}$$

Так як $R5$ і $R40$ з'єднані паралельно (рис. 2.5) напруги на них однакові:

$$U_{R5} = U_{R40} = 2.321576 \text{ В}$$

$$I_{R5} = \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{2.321576}{4.3} = 0.539901 \text{ мА}$$

За першим законом Кірхгофа (рис 2.3)

$$I_{RX} = - (I_{R2} - I_J) = - (1.766722 - 3) = 1.233278 \text{ мА}$$

$$I_{R4} = - (I_{R5} - I_{RX}) = - (0.539901 - 1.233278) = 0.693377 \text{ мА}$$

$$I_{R3} = - (I_{R1} - I_{R2}) = - (1.490103 - 1.766722) = 0.276619 \text{ мА}$$

$$I_{R0} = - (I_{R4} - I_{R3}) = - (-0.693377 - 0.276619) = 0.969996 \text{ мА}$$

За законом Ома

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 0.276619 \cdot 3 = 0.829857 \text{ В}$$

$$U_{R0} = I_{R0} \cdot R_0 = 0.969996 \cdot 1 = 0.969996 \text{ В}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = 0.693377 \cdot 2 = 1.386754 \text{ В}$$

$$U_{RX} = I_{RX} \cdot R_X = 1.233278 \cdot 1 = 1.233278 \text{ В}$$

б). Вилучаємо джерело струму і зробимо розрахунки при дії джерела напруги $E2$ (рис.2.13).

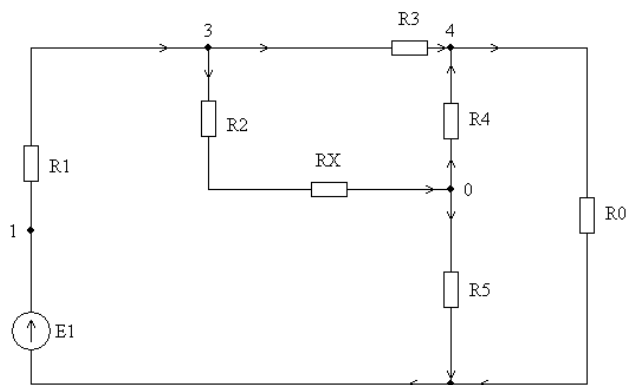


Рисунок 2.13

Зробимо наступні перетворення: послідовно з'єднані резистори $R2$, R_X замінюємо на еквівалентний резистор R_{2X} (рис.2.14),

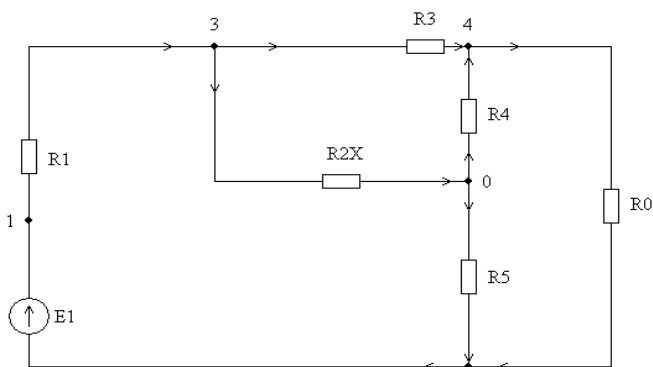


Рисунок 2.14

$$R_{2X} = R_2 + R_X = 1 + 1 = 2 \text{ кОм}$$

Перетворимо еквівалентно «зірку» R_4 - R_5 - R_{2X} в «трикутник» (рис. 2.15), резистори R_3 та R_{2X4} заміняємо на еквівалентний R_{32X4} (рис.2.16).

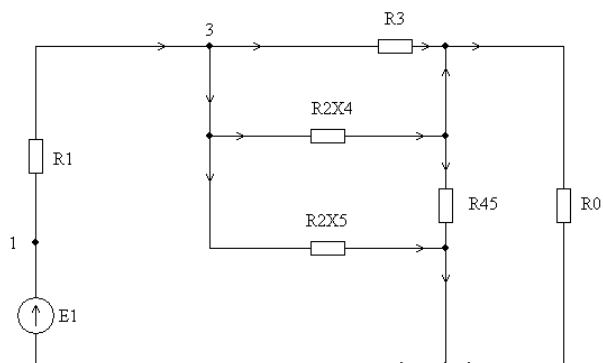


Рисунок 2.15

$$R_{2X4} = R_{2X} + R_4 + \frac{R_{2X} \cdot R_4}{R_5} = 2 + 2 + \frac{4}{4.3} = 4.930232 \text{ кОм},$$

$$R_{2X5} = R_{2X} + R_5 + \frac{R_{2X} \cdot R_5}{R_4} = 2 + 4.3 + \frac{8.6}{2} = 10.6 \text{ кОм},$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4} = 2 + 4.3 + \frac{2 \cdot 4.3}{2} = 10.6 \text{ кОм}.$$

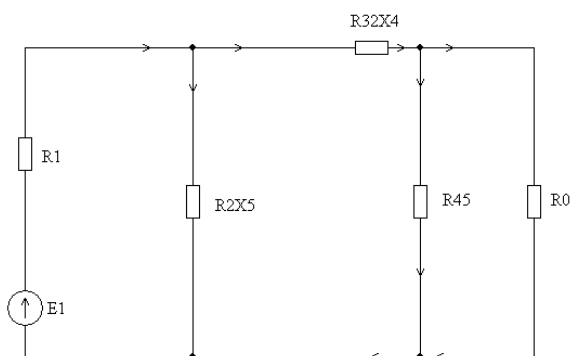


Рисунок 2.16

$$R_{32X4} = \frac{R_3 \cdot R_{2X4}}{R_3 + R_{2X4}} = \frac{3 \cdot 4.930232}{3 + 4.930232} = 1.865102 \text{ кОм}$$

З'єднанні паралельно резистори R_{45} і R_0 заміняємо на еквівалентний опір R_{450} (рис.2.17), а резистори R_{32X4} та R_{450} з'єднані послідовно еквівалентним опором R_7 (рис. 2.18).

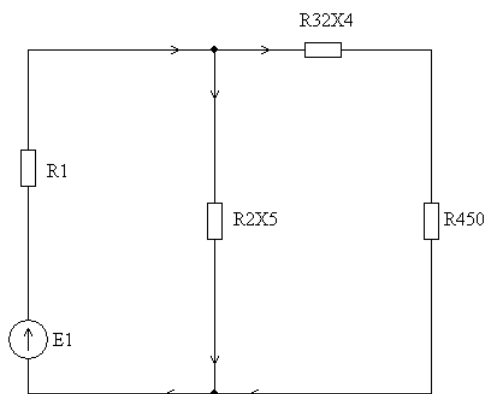


Рисунок 2.17

$$R_{450} = \frac{R_{45} \parallel R_0}{R_{45} + R_0} = \frac{10.6 \parallel 1}{10.6 + 1} = 0.913793 \text{ кОм},$$

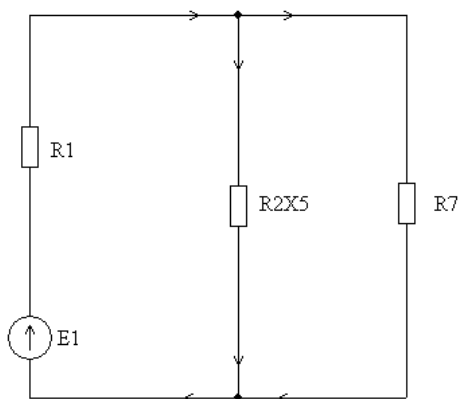


Рисунок 2.18

$$R_7 = R_{32X4} + R_{450} = 1.865102 + 0.913793 = 2.778895 \text{ кОм}$$

Паралельно з'єднані резистори $R2X5$ та $R7$ замінимо опором $R2X57$ (рис.2.19), елементи $R2X5$ та $R1$ з'єднані послідовно - резистором з еквівалентним опором $R_{екв}$ (рис.2.20)

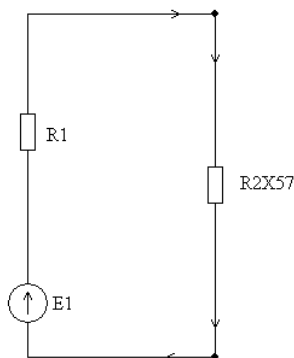


Рисунок 2.19

$$R_{2X57} = \frac{R_{2X5} \cdot R_7}{R_{2X5} + R_7} = \frac{10.6 \cdot 2.778895}{10.6 + 2.778895} = 2.201698 \text{ кОм}$$

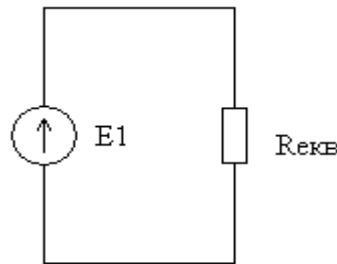


Рисунок 2.20

$$R_{екв} = R_{2X57} + R_l = 2.201698 + 1.2 = 3.40169 \text{ кОм}$$

$$U_{R_{екв}} = U_{E1} = 6 \text{ В (рис.2.20)}$$

$$I_{R_{екв}} = \frac{U_{R_{екв}}}{R_{екв}} = \frac{6}{3.40169} = 1.763829 \text{ мА}$$

Резистори $R1$ та $R2X57$ з'єднані послідовно (рис. 2.19), тому:

$$I_{R1} = I_{R2X57} = I_{R_{екв}} = 1.763829 \text{ мА},$$

$$U_{R1} = I_{R1} \times R_l = 1.763829 \times 1.2 = 2.116595 \text{ В},$$

$$U_{R2X57} = I_{R2X57} \cdot R_{2X57} = 1.763829 \cdot 2.201698 = 3.883418 \text{ В}$$

Напруги на резисторах $R2X5$ та $R7$ однакові (рис. 2.18).

$$U_{R2X5} = U_{R7} = U_{R2X57} = 3.883418 \text{ В}$$

$$I_{R2X5} = \frac{U_{R2X5}}{R_{2X5}} = \frac{3.883418}{10.6} = 0.36636 \text{ мА},$$

$$I_{R7} = \frac{U_{R7}}{R_7} = \frac{3.883418}{2.778895} = 1.397468 \text{ мА}.$$

$$I_{R32X4} = I_{R450} = I_{R7} = 1.397468 \text{ мА},$$

$$U_{R32X4} = I_{R32X4} \cdot R_{32X4} = 1.397468 \cdot 1.865102 = 2.606420 \text{ В},$$

$$U_{R450} = I_{R450} \cdot R_{450} = 1.397468 \cdot 0.913793 = 1.276996 \text{ В}.$$

Відповідно до (рис.2.15):

$$U_{R2X4} = U_{R3} = U_{R32X4} = 2.606420 \text{ В},$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{2.606420}{3} = 0.868806 \text{ мА},$$

$$I_{R2X4} = \frac{U_{R2X4}}{R_{2X4}} = \frac{2.606420}{4.930232} = 0.528660 \text{ мА},$$

$$U_{R45} = U_{R0} = U_{R450} = 1.276996 \text{ В}$$

$$I_{R0} = \frac{U_{R0}}{R_0} = \frac{1.276996}{1} = 1.276996 \text{ мА}$$

За першим законом Кірхгофа (2.14):

$$U_{R4} = I_{R4} \Gamma R_4 = 0.40813 \Gamma 2 = 0.81626 \text{ мА},$$

$$I_{R5} = - (I_{R0} - I_E) = - (1.276996 - 1.763829) = 0.486833 \text{ мА},$$

$$I_{R2X} = - (-I_{R4} - I_{R5}) = - (-0.40813 - 0.486833) = 0.894963 \text{ мА}$$

Резистори R_X та $R2$ з'єднані послідовно, тобто $I_{RX} = I_{R2} = 0.894963 \text{ мА}$.

За законом Ома:

$$U_{R2} = I_{R2} \Gamma R_2 = 0.894963 \Gamma 1 = 0.894963 \text{ В}$$

$$U_{RX} = I_{RX} \Gamma R_X = 0.894963 \Gamma 1 = 0.894963 \text{ В}$$

$$U_{R5} = I_{R5} \Gamma R_5 = 0.486833 \Gamma 4.3 = 2.093381 \text{ В}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \Gamma R_4 = 0.40813 \Gamma 2 = 0.81626 \text{ В}$$

Визначимо загальну реакцію по струму та напрузі на елементах кола:

$$I_{R1} = I_{R1}^E + I_{R1}^J = 1.763829 + 1.490103 = 3.25802 \text{ мА},$$

$$I_{RX} = I_{RX}^J - I_{RX}^E = 1.233278 - 0.894963 = 0.334041 \text{ мА},$$

$$I_{R0} = I_{R0}^E - I_{R0}^J = 1.276996 - 0.969996 = 0.314193 \text{ мА},$$

$$I_{R2} = I_{R2}^E + I_{R2}^J = 0.894963 + 1.766722 = 2.665959 \text{ мА},$$

$$I_{R3} = I_{R3}^E - I_{R3}^J = 0.868806 - 0.276619 = 0.592061 \text{ мА},$$

$$I_{R4} = I_{R4}^J - I_{R4}^E = 0.693337 - 0.40813 = 0.277868 \text{ мА},$$

$$I_{R5} = I_{R5}^J - I_{R5}^E = 0.539901 - 0.486833 = 0.056173 \text{ мА},$$

$$I_E = I_{R1}^E = 1.763829 \text{ мА}.$$

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = 3.25802 \text{ В} \quad I_2 = 3.909624 \text{ В}$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 2.665959 \text{ В} \quad I = 2.665959 \text{ В}$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 0.592061 \text{ В} \quad I_3 = 1.776183 \text{ В}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = 0.277868 \text{ В} \quad I_4 = 0.555736 \text{ В}$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = 0.056173 \text{ В} \quad I_5 = 0.241544 \text{ В}$$

$$U_{R0} = I_{R0} \cdot R_0 = 0.314193 \text{ В} \quad I = 0.314193 \text{ В}$$

$$U_{RX} = I_{RX} \cdot R_X = 0.334041 \text{ В} \quad I = 0.334041 \text{ В}$$

Таблиця 1.1 – Загальна реакція елементів електричного кола

	I^E	I^J	I	U
J_1			3	3.527809
$E1$			1.763829	6
$R0$	1.276996	0.969996	0.314193	0.314193
RX	0.894963	1.233278	0.334041	0.334041
$R1$	1.763829	1.490103	3.25802	3.909624
$R2$	0.894963	1.766722	2.665959	2.665959
$R3$	0.868806	0.276619	0.592061	1.776183
$R4$	0.40813	0.693337	0.277868	0.555736
$R5$	0.786833	0.539901	0.056173	0.2415443

в). Перевірка розрахунків за балансом потужності та законами Кірхгофа

Обчислимо потужність джерел:

$$P_{дж} = I^J \cdot U^J + I^E \cdot U^E = 3.527809 \cdot 3 + 1.763829 \cdot 6 = 21.166401 \text{ мВт}$$

Обчислимо потужність, яка споживається колом:

$$P_{el} = I_{R0}U_{R0} + I_{RX}U_{RX} + I_{R1}U_{R1} + I_{R2}U_{R2} + I_{R3}U_{R3} + I_{R4}U_{R4} + I_{R5}U_{R5} = 3.25802 \cdot 3.909624 + \\ + 2.665959 \cdot 2.665959 + 0.592061 \cdot 1.776183 + 0.277868 \cdot 0.555736 + 0.056173 \cdot 0.241544 + \\ + 0.314193 \cdot 0.314193 + 0.334041 \cdot 0.334041 = 21.166401 \text{ мВт}$$

Отже потужність, яка виділяється джерелами, дорівнює потужності, яка споживається елементами кола.

Перевіримо розрахунки за законами Кірхгофа (рис.2.2)

а) За 1 законом Кірхгофа:

$$I_{R2} + I_{R3} - I_{R1} = 2.665959 + 0.592061 - 3.25802 = 0$$

$$I_{J1} - I_{R2} - I_{RX} = 3 - 2.665959 - 0.334041 = 0$$

$$I_{R4} + I_{R0} - I_{R3} = 0.277868 + 0.314193 - 0.592061 = 0$$

б) За 2 законом Кірхгофа:

$$U_{R0} + U_{R5} - U_{R4} = 0.314193 + 0.241543 + 0.555736 = 0$$

$$U_{R3} + U_{R4} + U_{RX} - U_{R2} = 1.776183 + 0.555736 + 0.334041 - 2.665359 = 0$$

Закони Кірхгофа справджуються, отже, розрахунки правильні.

2.2 Розрахунок реакції лінійного резистивного кола із застосуванням перетворень згідно теореми про еквівалентний генератор

Теорема про еквівалентний генератор об'єднує дві теореми: теорема про еквівалентне джерело напруги (теорема Тевенена) та еквівалентне джерело струму (теорема Нортона) [2, 6]. Сформулюємо ці теореми.

Теорема Тевенена

Будь-яке лінійне активне електричне коло (рис. 2.21,а) по відношенню до його деякого двополюсного пасивного елемента чи пасивної гілки можна еквівалентно замінити послідовним з'єднанням ідеального незалежного джерела напруги і пасивного двополюсника. Задавальна напруга еквівалентного джерела напруги визначаються напругою в режимі холостого ходу (напругою холостого ходу u_{xx}) виділених по відношенню до лінійного активного кола елемента чи гілки, а опір пасивного еквівалентного двополюсника є вхідним (еквівалентним) опором лінійного активного кола в режимі його холостого ходу.

Теорема Нортон

Будь-яке лінійне активне електричне коло (рис. 2.21,а) по відношенню до його деякого двополюсного пасивного елемента чи пасивної гілки можна еквівалентно замінити паралельним з'єднанням ідеального незалежного джерела струму і пасивного двополюсника. Задавальний струм еквівалентного джерела струму визначаються відповідно струмом в режимі короткого замикання (струмом короткого замикання $i_{кз}$) виділених по відношенню до лінійного активного кола елемента чи гілки, а опір пасивного еквівалентного двополюсника є вхідним (еквівалентним) опором лінійного активного кола в режимі його холостого ходу

Отримані в результаті перетворень кола на основі теореми про еквівалентне джерело називають *колом Тевенена* (рис. 2.21,б) та *колом Нортон* (рис. 2.21,в).

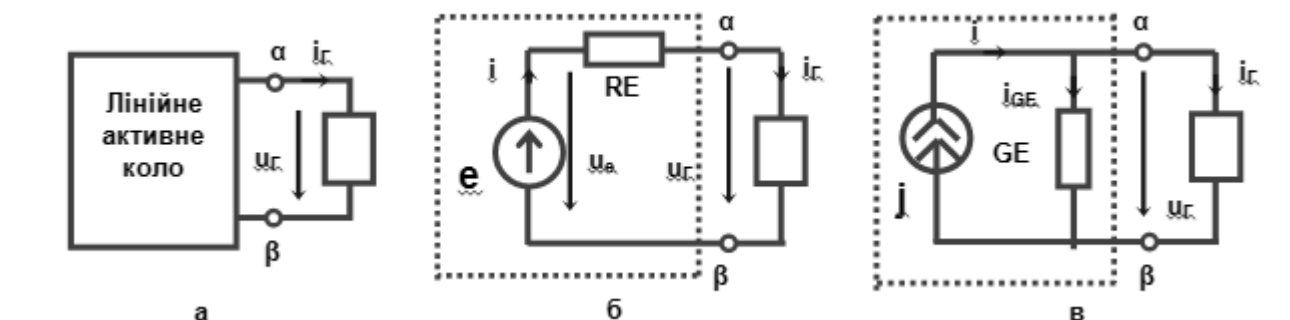


Рисунок 2.21 - Графічна ілюстрація теореми про активний двополюсник:

а - навантажений активний двополюсник;

б – коло Тевенена; в – коло Нортон.

Величини u_{xx} , $i_{кз}$, R_E називають *параметрами еквівалентного джерела* або параметрами кіл Тевенена та Нортон, між якими має місце взаємозв'язок:

$$u_{xx} / i_{кз} = R_E .$$

Застосування теореми про еквівалентне джерело зводиться:

- до визначення параметрів кіл Тевенена чи Нортон:

$$u_e = u_\Gamma = u_{\alpha\beta} \big|_{R_\Gamma=\infty} = u_{xx} ; \quad R_E = R_{bx} \big|_{R_\Gamma=\infty} ; \quad i_j = i_\Gamma \big|_{R_\Gamma=0} = i_{кз} .$$

- розрахунку напруги та струму навантаження (виділених гілки або двополюсника).

Відповідно до кола Тевенена напруга:

$$u_{\Gamma} = u_{xx} R_{\Gamma} / (R_{\Gamma} + R_E); \quad i_{\Gamma} = u_{\Gamma} / R_{\Gamma}.$$

Для кола Нортена струм гілки:

$$i_{\Gamma} = i_{\kappa 3} \frac{R_E}{R_{\Gamma} + R_E} = i_{\kappa 3} \frac{G_{\Gamma}}{G_{\Gamma} + G_E}; \quad u_{\Gamma} = i_{\Gamma} R_{\Gamma}.$$

Розглянемо на прикладі застосування теореми про еквівалентний генератор

Приклад 1

Розрахувати напругу на елементі R_3 у колі (рис. 2.22,а), з використанням теореми Тевенена.

Напругу холостого ходу знаходимо із розрахунку кола на рис. 2.22,б, а еквівалентний опір - на рис. 2.22,в:

$$u_{xx} = u_E - u_{R1} = u_E - i_{R1} R_1; \quad i_{R1} = i_E R_2 / (R_2 + R_1 + R_4);$$

$$i_E = u_E / [(R_2 \parallel (R_1 + R_4)) + R_5] = \frac{u_E (R_2 + R_1 + R_4)}{(R_2 + R_5)(R_1 + R_4) + R_2 R_5}.$$

$$R_E = R_{\alpha\beta} = R_1 \parallel (R_4 + R_2 \parallel R_5) = \frac{R_1 [R_4 + R_2 R_5 / (R_2 + R_5)]}{R_1 + R_4 + [R_2 R_5 / (R_2 + R_5)]}.$$

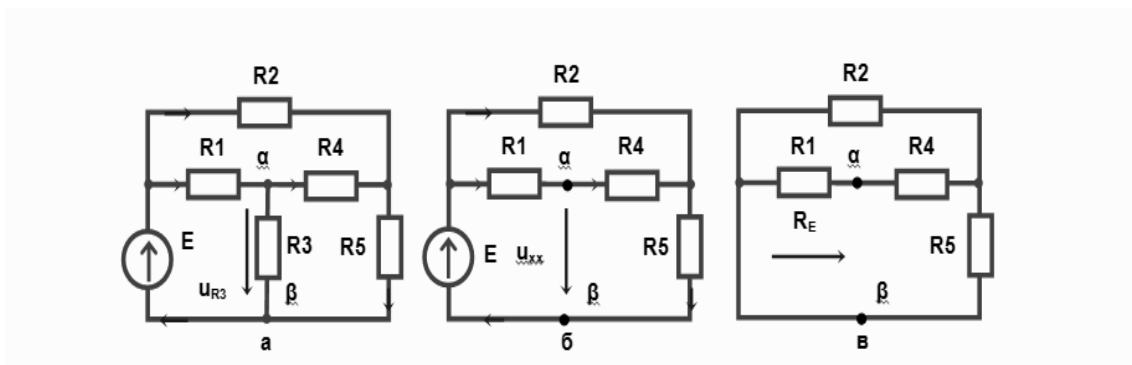


Рисунок 2.22 – Приклад використання теореми Тевенена.

Напругу на елементі R_3 знаходимо із кола Тевенена (рис. 2.22,б)

$$u_{R3} = u_{xx} R_3 / (R_3 + R_E).$$

Приклад 2

Для кола на рис. 2.23,а визначити задавальну напругу u_E та опір R_2 , якщо опір $R_1=36$ Ом, задавальний струм $i_J = 6$ А, а еквівалентне джерело відносно виводів α і β має такі параметри: струм короткого замикання $i_{кз} = 5$ А, еквівалентний опір $R_E=24$ Ом?

Значення струму короткого замикання визначаємо із кола на рис. 2.23,б, а еквівалентного опору на рис. 2.23,в.

Коло для визначення еквівалентного опору активного відносно виводів α і β двополюсника складається на основі початкового (рис. 2.23,а) вилученням джерел.

$$R_E = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 24 = 36 R_2 / (36 + R_2).$$

$$\text{Звідки } 24 \cdot 36 + 24 R_2 = 36 R_2 \Rightarrow R_2 = 72 \text{ Ом.}$$

Відповідно до принципу суперпозицій струм короткого замикання визначається алгебраїчною сумою двох складових початковому колу. Перша з яких (рис.2.23, г) обумовлена дією джерела напруги, а друга (рис. 2.23, д) – джерела струму.

$$i_{кз}^E = u_E / R_2 = u_E / 72.$$

Друга складова $i_{кз}^J = i_J = 6$ А, (рис.2.23,д).

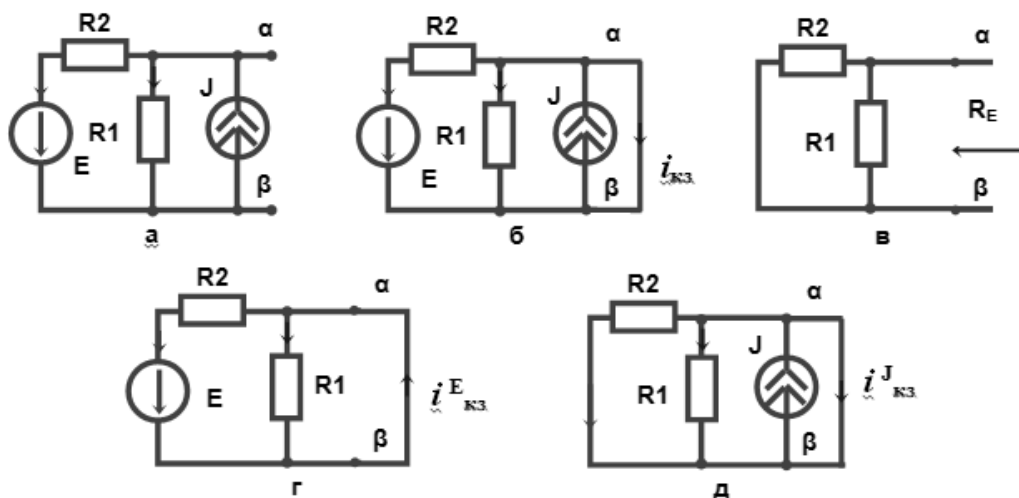


Рисунок 2.23 - Приклад аналізу кола з використанням теореми Нортона.

$$i_{k3} = -i_{k3}^E + i_{k3}^J = -(u_E / 72) + 6 = 5 \Rightarrow u_E = 72 \text{ В.}$$

Приклад 3. За теоремою про еквівалентний генератор для заданого кола (рис. 2.24) визначити струм та напругу на елементі R_X . Параметри елементів: $R_1=1.2 \text{ кОм}$, $R_2=1 \text{ кОм}$, $R_3=3 \text{ кОм}$, $R_4=2 \text{ кОм}$, $R_5=4.3 \text{ кОм}$, $R_X=1 \text{ кОм}$, $U_{E1}=6 \text{ В}$, $I_{J1}=3 \text{ мА}$.

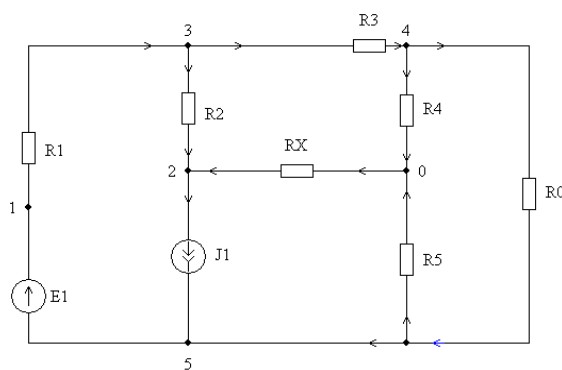


Рисунок 2.24 – Схема розрахункового кола

Визначення струму та напруги на елементі R_X за теоремою Тевенена

Представимо схему розрахункового кола еквівалентною схемою у відповідності з теоремою Тевенена (рис. 2.25).

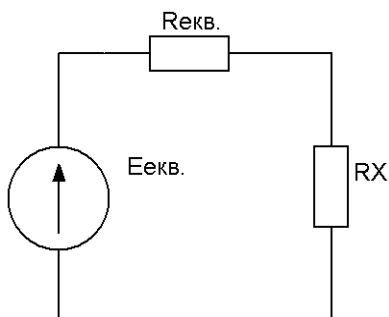


Рисунок 2.25

Визначемо параметри еквівалентного джерела напруги. Еквівалентний опір – опір відносно вузлів α та β при умові розмикання елементу R_X та вилучення джерел (рис.2.26).

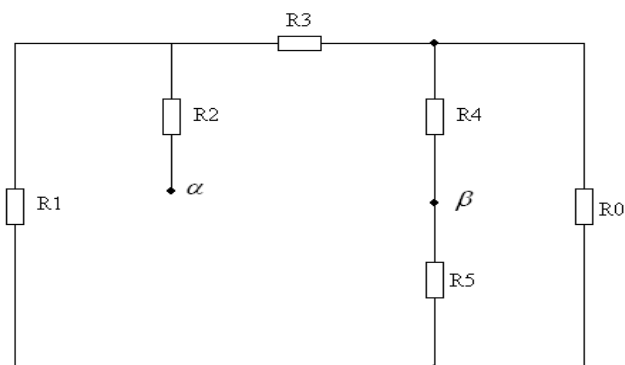


Рисунок 2.26

Перетворимо «трикутник» $R_4 - R_5 - R_0$ в «зірку».

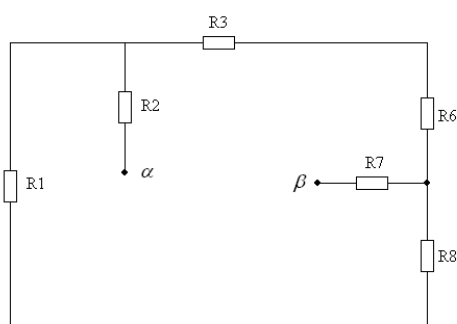


Рисунок 2.27

$$R_6 = \frac{R_4 \times R_0}{R_4 + R_0 + R_5} = \frac{2}{7.3} = 0.273972 \text{ кОм}$$

$$R_7 = \frac{R_5 \times R_4}{R_4 + R_0 + R_5} = \frac{8.6}{7.3} = 1.178082 \text{ кОм}$$

$$R_8 = \frac{R_5 \times R_0}{R_4 + R_0 + R_5} = \frac{4.3}{7.3} = 0.589041 \text{ кОм}$$

З'єднані послідовно резистори R_8 і R_1 замінимо на еквівалентний опір R_{81}

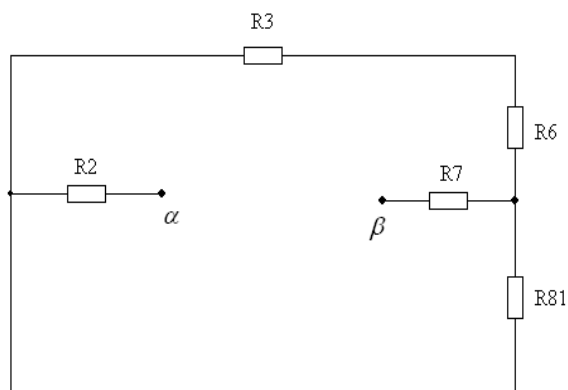


Рисунок 2.28

$$R_{81} = R_8 + R_1 = 0.589041 + 1.2 = 1.789041 \text{ кОм}$$

$$R_{36} = R_3 + R_6 = 3 + 0.273972 = 3.273972 \text{ кОм}$$

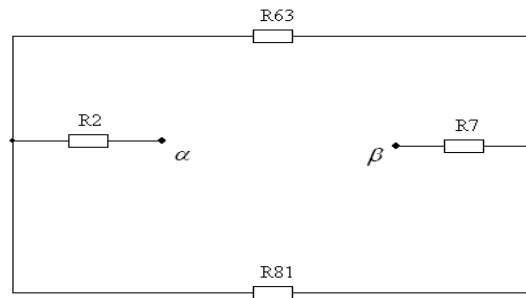


Рисунок 2.29

Резистори R_{36} і R_{81} з'єднані паралельно. Замінімо їх на еквівалентний опір R_9 (рис.2.29)

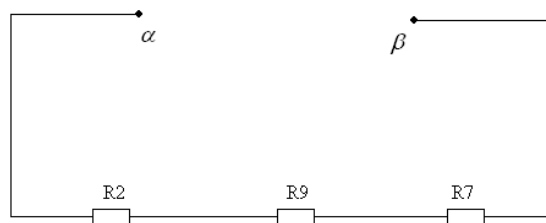


Рисунок 2.30

$$R_9 = \frac{R_{63} \times R_{81}}{R_{63} + R_{81}} = 1.156864 \text{ кОм}$$

$$R_{\text{екв}} = R_2 + R_9 + R_7 = 1 + 1.156864 + 1.178082 = 3.3348$$

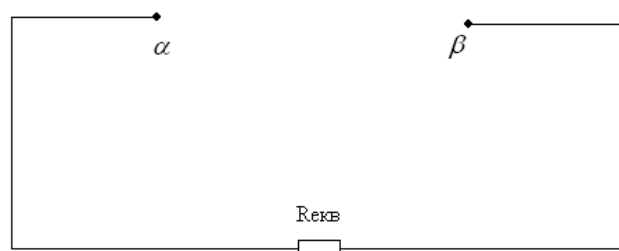


Рисунок 2.31

б). Визначення напруги холостого ходу ділянки $\alpha\beta$

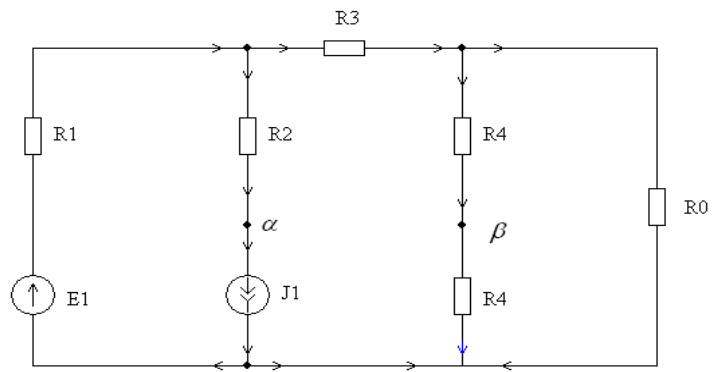


Рисунок 2.32

$$U_{\alpha\beta} = U_{R2} - U_{R3} - U_{R4} = U_{\text{екв}}$$

Зробимо еквівалентні перетворення. З'єднані послідовно резистори $R4$ та $R5$ еквівалентно замінимо на $R45$ (рис.2.33).

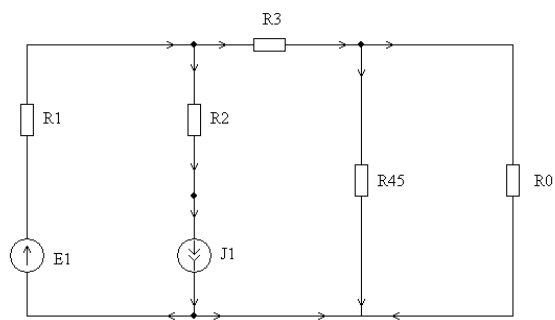


Рисунок 2.33

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 2 + 4.3 = 6.3 \text{ кОм}$$

З'єднані паралельно опори $R45$ та $R0$ еквівалентно заміняємо на $R450$ (рис.2.34).

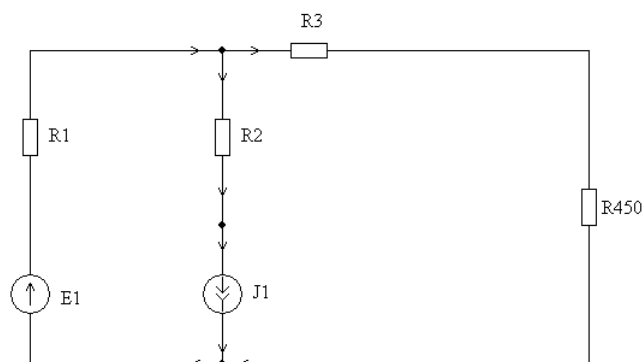


Рисунок 2.34

$$R_{450} = \frac{R_{45} \times R_0}{R_{45} + R_0} = \frac{6.3 \times 1}{7.3} = 0.863013 \text{ кОм}$$

Резистори R_{450} та R_3 (рис. 2.34) з'єднані послідовно. Тому:

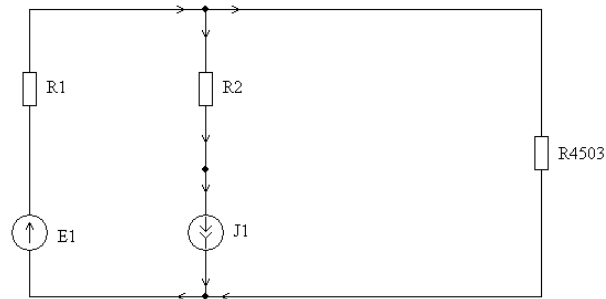


Рисунок 2.35

$$R_{3450} = R_{450} + R_3 = 0.863013 + 3 = 3.863013 \text{ кОм}$$

Розрахуємо схему методом суперпозиції. Вилучимо спочатку джерело струму. Тоді:



Рисунок 2.36

Так як $R1$ та R_{3450} з'єднані послідовно то схему можна перетворити:

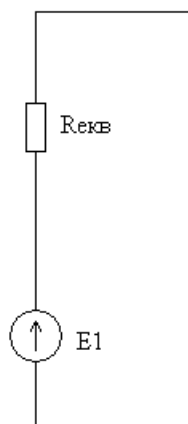


Рисунок 2.37

$$R_{екв} = R_{3450} + R_I = 1.2 + 3.863013 = 5.063013 \text{ кОм}$$

$$U_{екв} = U_{E1}$$

$$I_{R_{екв}} = \frac{U_{екв}}{R_{екв}} = \frac{6}{5.063013} = 1.185065 \text{ мА}$$

$$I_{R1} = I_{R3450} = 1.185065 \text{ мА}$$

Зробимо розрахунок при вилученні джерела напруги:

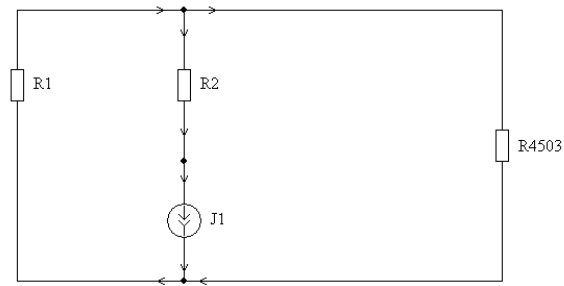


Рисунок 2.38

$R1$ та $R3450$ з'єднані паралельно. Замінімо їх на еквівалентний опір.

Отримаємо схему:

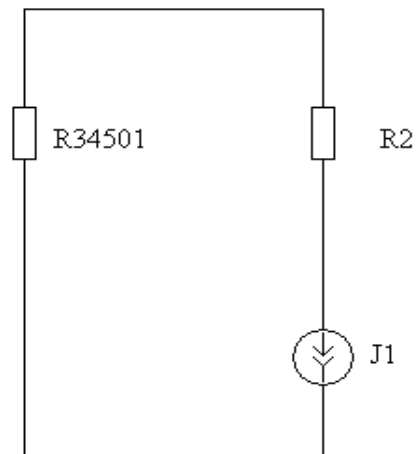


Рисунок 2.39

$$R_{34501} = \frac{R_{3450} \times R_I}{R_{3450} + R_I} = \frac{4.6356}{5.063} = 0.915583 \text{ кОм}$$

Резистори $R34501$ та $R2$ з'єднані послідовно. Тому:

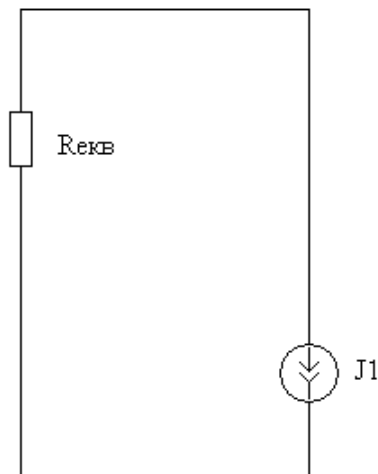


Рисунок 2.40

$$R_{екв} = R_{34501} + R_2 = 0.915583 + 1 = 1.915583 \text{ кОм}$$

$$I_{екв} = I_J = 3 \text{ мА}$$

Елементи R_{34501} та R_2 з'єднані послідовно (рис.2.39) тому:

$$I_{R_{34501}} = I_{R_2} = 3 \text{ мА}$$

За законом Ома:

$$U_{R_{34501}} = I_{R_{34501}} \times R_{34501} = 3 \times 0.9155 = 2.7465 \text{ В}$$

Так як R_1 та R_{3450} з'єднані паралельно (рис. 2.38) то:

$$U_{R_{34501}} = U_{R_1} = 2.7465 \text{ В (повино бути } U_{34501})$$

За законом Ома:

$$I_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{2.7465}{1.2} = 2.28875 \text{ мА}$$

$$I_{R_{34501}} = \frac{U_{R_{34501}}}{R_{3450}} = \frac{2.7465}{3.863013} = 0.710973 \text{ мА}$$

Тепер знайдемо реакції на елементах від дії 2 джерел:

$$I_{R_1} = I_{R_1}^E + I_{R_1}^J = 2.28875 + 1.185065 = 3.473815 \text{ мА}$$

$$I_{R_2} = I_{R_2}^E + I_{R_2}^J = 0.71097 \text{ мА}$$

$$I_{R_{3450}} = I_{R_{3450}}^E + I_{R_{3450}}^J = 0.710973 + 1.185065 = 1.896038 \text{ мА}$$

За законом Ома:

$$U_{R2} = I_{R2} \times R_2 = 0.71097 \text{ В}$$

$$U_{R3450} = I_{R3450} \times R_{3450} = 1.896038 \times 3.863013 = 7.324419 \text{ В}$$

Так як $R450$ та $R3$ з'єднані послідовно (рис. 2.34) то:

$$I_{R450} = I_{R3} = 1.896038 \text{ мА}$$

За законом Ома:

$$U_{R3} = I_{R3} \times R_3 = 1.89038 \times 3 = 5.67114 \text{ В}$$

$$U_{R450} = I_{R450} \times R_{450} = 1.89038 \times 0.863013 = 1.631422 \text{ В}$$

З рис. 2.33 видно що резистори $R45$ та $R0$ з'єднані паралельно. Тому:

$$U_{R45} = U_{R0} = 1.631422 \text{ В}$$

За законом Ома:

$$I_{R45} = \frac{U_{R45}}{R_{45}} = \frac{1.631422}{6.3} = 0.258955 \text{ мА}$$

Так як $R4$ та $R5$ з'єднані послідовно (рис. 2.32) то:

$$I_{R4} = I_{R5} = 0.258955 \text{ мА}$$

За законом Ома:

$$U_{R4} = I_{R4} \times R_4 = 0.258955 \times 2 = 0.517911 \text{ В}$$

$$U_{XX} = 0.71097$$

за правилом свого плеча:

$$U_{RX} = \frac{E_{екв} \cdot R_X}{R_X + R_{екв}} = \frac{0.71097 \cdot 1}{1 + 0.71097} = 0.334041 \text{ В},$$

$$I_{RX} = \frac{U_{RX}}{R_X} = 0.334041 \text{ мА}.$$

Значення напруги та струму на елементі RX повністю співпадає з попередньо, обчисленим по методу суперпозиції.

Визначення струму та напруги на елементі RX за теоремою Нортон:

Початкову схему замінимо еквівалентною згідно теореми Нортон.

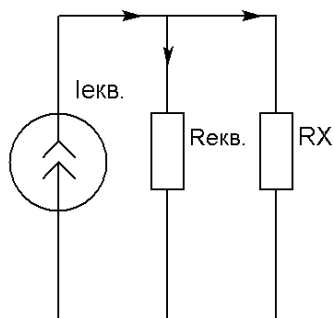


Рисунок 2.40

Визначемо параметри еквівалентного джерел струму.

Знайдемо струм короткого замикання гілки $\alpha\beta$ (рис. 2.42).

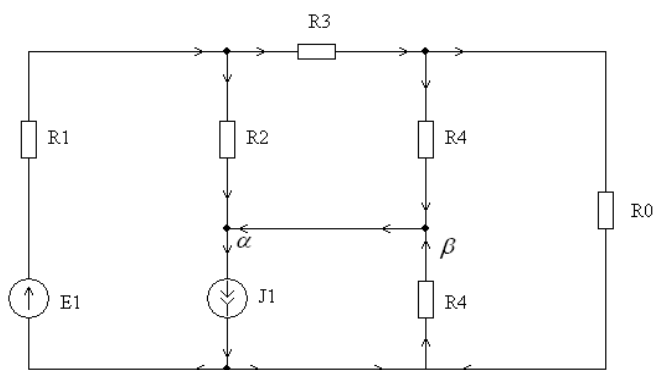


Рисунок 2.41

За першим законом Кірхгофа: $I_{\alpha\beta} = -(I_{R2} - I_{J1})$

Замінімо джерело струму $J1$ на джерело напруги $E2$ (рис. 2.42).

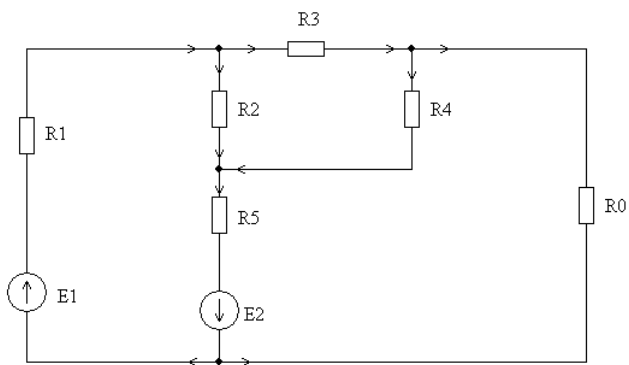


Рисунок 2.42

$$U_{E2} = I_{J1} \times R_5 = 3 \times 4.3 = 12.9 \text{ В.}$$

Перетворимо «трикутник» $R_3 - R_5 - R_4$ (рис. 2.41) в «зірку»

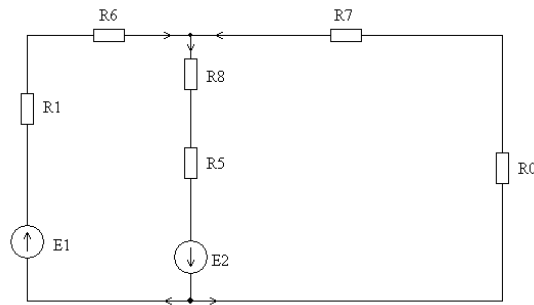


Рисунок 2.43

$$R_6 = \frac{R_3 \times R_2}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{3}{6} = 0.5 \text{ кОм}$$

$$R_7 = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{6}{6} = 1 \text{ кОм}$$

$$R_8 = \frac{R_2 \times R_4}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{2}{6} = 0.333333 \text{ кОм}$$

Резистори R_1 та R_6 , R_7 та R_0 , R_8 та R_5 з'єднані послідовно. Тоді схему можна перетворити:

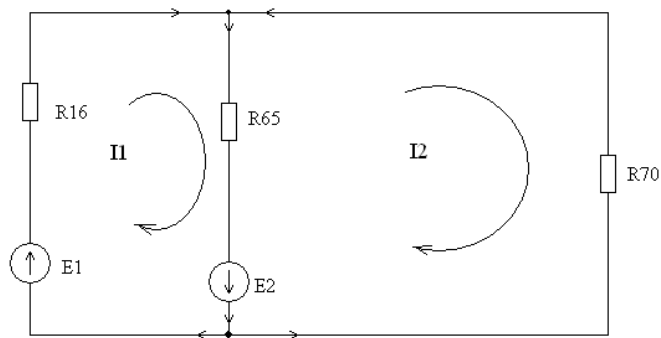


Рисунок 2.44

Розв'яжемо схему методом контурних струмів. Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_1(R_{61} + R_{85}) - I_2 R_{85} = E_1 + E_2 \\ -I_1 R_{85} + I_2(R_{70} + R_{85}) = -E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6.366666 I_1 - 4.666666 I_2 = 18.9 \\ -4.666666 I_1 + 6.666666 I_2 = -12.9 \end{cases}$$

Розв'язок системи:

$$I_1 = 3.184 \text{ мА}$$

$$I_2 = 0.294 \text{ мА}$$

Знайдемо струми на елементах

$$I_{61} = I_1 = 3.184 \text{ мА}$$

$$I_{70} = I_2 = 0.294 \text{ мА}$$

$$I_{85} = I_1 - I_2 = 3.184 - 0.299 = 2.885 \text{ мА}$$

$$I_{R1} = I_{R6} = I_{R16} = 3.184 \text{ мА}$$

$$I_{R7} = I_{R0} = I_{R70} = 0.299 \text{ мА}$$

$$I_{R8} = I_{R5} = I_{R85} = 2.2885 \text{ мА}$$

За законом Ома:

$$U_{R8} = I_{R8} \times R_8 = 2.885 \times 0.3333 = 0.96257 \text{ В}$$

За 2 законом Кірхгофа:

$$U_{R2} = U_{R6} + U_{R8} = 1.592 + 0.961570 = 2.5535 \text{ В}$$

За законом Ома:

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{2.5535}{1} = 2.6666 \text{ мА}$$

За першим законом Кірхгофа:

$$I_{\alpha\beta} = -(2.5535 - 3) = 0.446429 \text{ мА} = J_{\text{екв.}}$$

$$I_{RX} = \frac{I_{\text{екв}} R_{\text{екв}}}{R_X + R_{\text{екв}}} = \frac{0.446429 \times 3.3348}{1 + 3.3348} = 0.334041 \text{ мА}$$

$$U_{RX} = I_{RX} R_X = 0.334041 \text{ В.}$$

Результат абсолютно співпадає з попередніми результатами за методом суперпозицій та теореми Тевенена, отже розрахунки проведені правильно.

2.3 Використання теореми компенсації при розрахунках лінійних резистивних кіл

Теорема компенсації: будь-яку кондуктивно-зв'язану з іншими частинами електричного кола гілку з відомим струмом i_s чи напругою u_s можна

еквівалентно замінити відповідно незалежним джерелом струму, задавальний ум якого дорівнює i_s , чи незалежним джерелом напруги з задавальною напругою u_s без зміни електричного стану інших ділянок кола. Напрямок джерела струму співпадає з додатним напрямом струму i_s гілки, а напрямок джерела напруги - протилежний додатньому напрямку напруги u_s на ній.

Графічна ілюстрація теореми компенсації або перетворень на її основі на рис. 2.45

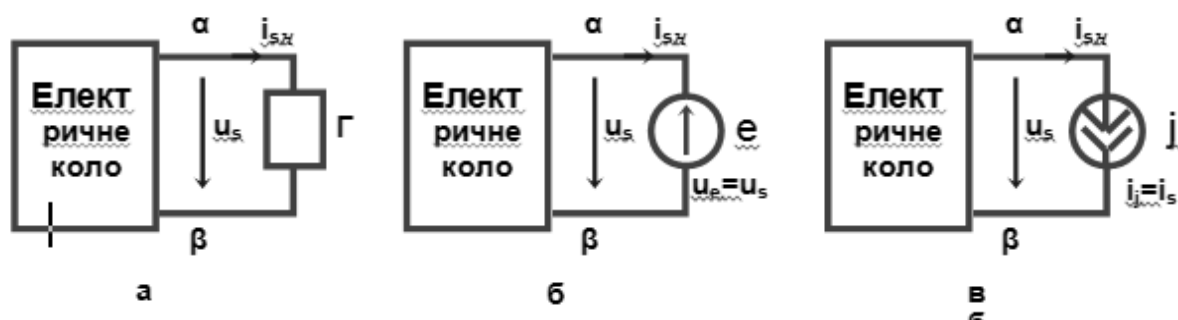


Рисунок 2.45 До теореми компенсації: а – початкове коло з виділеною гілкою; б - заміна гілки на джерело напруги; в – заміна гілки на джерело струму.

Перетворення на основі теореми компенсації [2, 5, 6] необхідні у випадку коли невідомі параметри деяких елементів електричного кола, що аналізується так як безросередній розв'язок задачі у такому випадку є неможливим.

Приклад 1

Визначити струми та напруги на всіх елементах електричного кола на рис. 2.46, а? Дано: $R_1=R_3=R_4=1 \text{ кОм}$; $u_{E1}=12 \text{ В}$, $u_{R2}=5 \text{ В}$.

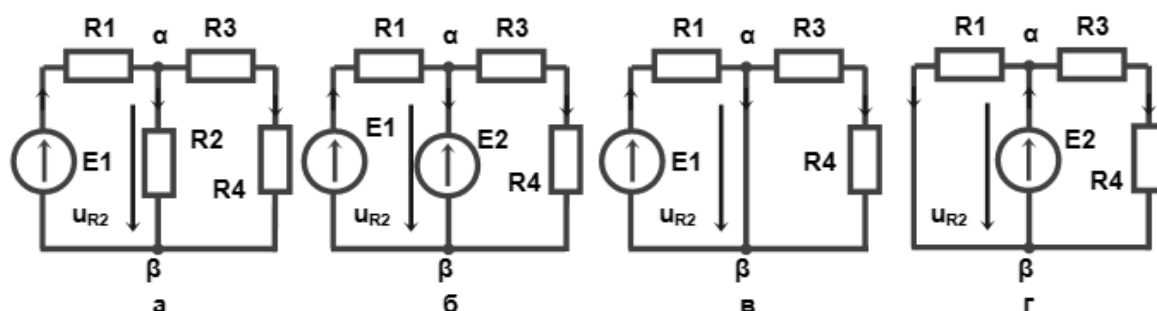


Рисунок 2.46 – Приклад аналізу кола на основі теореми компенсації.

Відповідно до теореми компенсації елемент R_2 з невідомим опором замінимо на джерело напруги E_2 з задавальною напругою $u_{E2}=5$ В. Розрахунок отриманого кола (рис. 2.46, б) зробимо методом суперпозицій.

Складаємо два розрахункових кола з одним джерелом напруги в кожному (рис. 2.46, в і г). У всіх колах стрілками вказуємо додатні напрями струму. Для кола на рис. 2.6, в струм через елементи R_3 і R_4 не протікає: $i_{R3}^{E1} = i_{R4}^{E1} = 0$. Тоді

$$i_{E1}^{E1} = i_{R1}^{E1} = i_{R2}^{E1} = u_{E1} / R_1 = 12 / 1 = 12 \text{ мА}.$$

В колі на рис. 2.46, г елемент R_1 , джерело напруги E_2 та гілка « R_3, R_4 » з'єднані паралельно. Відповідно знаходимо:

$$i_{R1}^{E2} = u_{E2} / R_1 = 5 / 1 = 5 \text{ мА}; \quad i_{R3,R4}^{E2} = u_{E2} / (R_3 + R_4) = 5 / 2 = 2.5 \text{ мА};$$

$$i_{E2}^{E2} = i_{R2}^{E2} = i_{R1}^{E2} + i_{R3,R4}^{E2} = 5 + 2.5 = 7.5 \text{ мА}.$$

З урахуванням додатних напрямів струму в колі на рис. 2.6, б та розрахункових на рис. 2.46, в і г додаємо алгебраїчно струми на елементах від дії кожного з джерел окремо:

$$i_{E1} = i_{R1} = i_{R1}^{E1} - i_{R1}^{E2} = 12 - 5 = 7 \text{ мА}; \quad i_{R2} = i_{R2}^{E1} - i_{R2}^{E2} = 12 - 7.5 = 4.5 \text{ мА};$$

$$i_{R3} = i_{R4} = i_{R3}^{E1} + i_{R3}^{E2} = 0 + 2.5 = 2.5 \text{ мА}.$$

Зробимо перевірку розрахунків згідно з першим законом Кірхгофа, наприклад, для вузла α : $i_{R1} = i_{R2} + i_{R3,R4} = 7 = 4.5 + 2.5 = 7 \text{ мА}$. Результат збігається з розрахованим.

За необхідності тепер можна обчислити опір елемента R_2 , за якого напруга на ньому складе 5 В. Згідно з компонентним рівнянням резистивного елемента $R_2 = u_{R2} / i_{R2} = 5 / 4.5 = 10 / 9 \text{ кОм}$.

3 МЕТОДИ ПЕРЕВІРКИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

3.1 Закони Кірхгофа

Одним з методів перевірки розрахунку струмів і напруг в електричних колах є перший і другий закони Кірхгофа [5].

Перший закон Кірхгофа: *алгебраїчна сума миттєвих значень електричних струмів, які сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю.*

$$\sum_{k=1}^n i_k(t) = 0.$$

Перший закон Кірхгофа є справедливим для будь-якого вузла електричного кола. Якщо коло містить n_v вузлів, то можна скласти і стільки ж рівнянь виду. Для розрахунку достатньо незалежних тільки $n_v - 1$ рівнянь.

У кожному із рівнянь струм, що виходить з вузла, записується із знаком «+», а струм, який входить у нього, – зі знаком «-».

Приклад 1

Скласти систему незалежних рівнянь за першим законом Кірхгофа для кола, зображеного на рис. 3.1

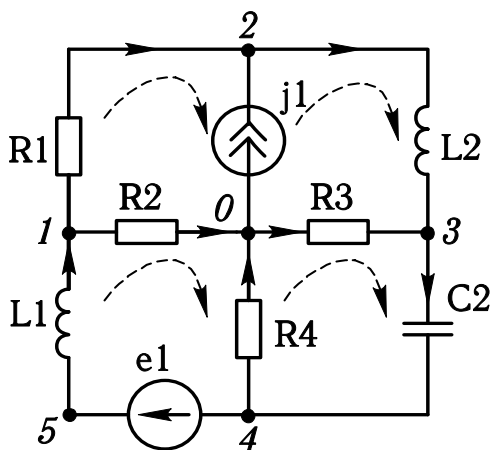


Рисунок 3.1– До складання рівнянь за законами

Загальна кількість вузлів – шість, а незалежних рівнянь буде п'ять. Додатні напрями струму через пасивні елементи вказані стрілками на провідниках, а додатний напрям струму для джерела струму та напруги визначається стрілкою всередині їх графічних зображень.

Згідно з першим законом Кірхгофа маємо таку систему рівнянь виду :

$$1: -i_{L1} + i_{R1} + i_{R2} = 0; \quad 2: -i_{R1} - i_{j1} + i_{L2} = 0;$$

$$3: -i_{L2} - i_{R3} + i_{C2} = 0;$$

$$4: -i_{C2} + i_{R4} + i_{e1} = 0; \quad 5: i_{L1} - i_{e1} = 0.$$

Другий закон Кірхгофа: Алгебраїчна сума миттєвих значень напруг гілок та елементів у виділеному контурі для будь-якого моменту часу дорівнює нулю:

$$\sum_{s=1}^{n_{\Gamma}} u_s(t) = 0.$$

Для визначення знака напруги задається напрям обходу контуру, наприклад, за годинниковою стрілкою. Якщо додатний напрям напруги компонента контуру збігається з напрямом його обходу, то у сумі відповідну складову записують із знаком «+», а якщо ні - то зі знаком «-».

Для довільного кола з n_k незалежними контурами можна скласти n_k рівнянь.

Приклад 2

Згідно з другим законом Кірхгофа для незалежних контурів для кола, зображеного на рис 3.1, маємо:

$$1: u_{R1} + u_{j1} - u_{R2} = 0; \quad 2: u_{L2} - u_{R3} - u_{j1} = 0;$$

$$3: u_{R2} - u_{R4} - u_{e1} + u_{L1} = 0; \quad 4: u_{R3} + u_{C2} + u_{R4} = 0.$$

Другий закон Кірхгофа застосовують також до контурів, які містять розімкнені ділянки. Зокрема, це шлях між двома вузлами, що не з'єднані двополюсником чи гілкою, або розімкнені гілки чи елементи, опір яких дорівнює нескінченності, і через які не проходить струм.

Для чотириполюсника (рис. 3.2, а) можна записати рівняння:

$$1: -u_{\text{BX}} + u_{10} - u_{R1} = 0; \quad 2: u_{L1} + u_{R3} + u_{\text{вих}} - u_{C1} - u_{R1} - u_{\text{BX}} = 0.$$

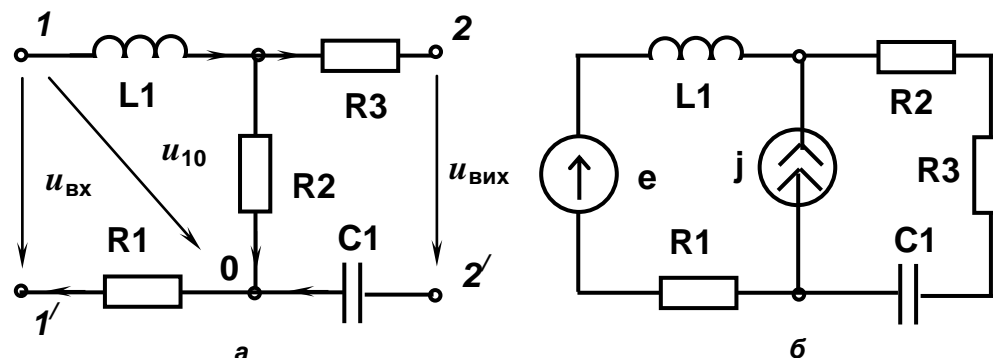


Рисунок 3.2. – Електричне коло із розімкненими ділянками (а) та законом збереження енергії (б).

Рівняння, складені за законами Кірхгофа, незалежно від властивостей елементів кола, завжди є лінійними та алгебраїчними по відношенню до струмів та напруг.

3.2 Баланс потужностей

Зведення балансу потужностей в електричному колі є незалежним методом перевірки правильності результатів [2, 6].

Баланс потужностей є реальним проявом закону збереження енергії, згідно з яким для електричного кола:

в будь-який момент часу сума миттєвих потужностей всіх n_{Γ} гілок кола, для якого виконуються закони Кірхгофа, дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^{n_{\Gamma}} p_k(t) = \sum_{k=1}^{n_{\Gamma}} u_k(t) i_k(t) = 0.$$

Кожну складову, що відноситься до джерел, запишуть зі знаком «-», а до пасивних гілок - зі знаком «+». Складові зі знаком «-» для джерел напруги та струму перенесемо у праву частину і запишемо їх зі знаком «+».

Якщо напруги ідеальних джерел напруги замінити на задавальні $e_k(t)$, а струми ідеальних джерел струму – на задавальні струми $j_k(t)$, тоді можна записати:

$$\sum_{k=1}^{n_p} u_k(t) i_k(t) = \sum_{k=1}^{n_E} e_k(t) i_k(t) + \sum_{k=1}^{n_J} u_k(t) j_k(t),$$

де n_p, n_E, n_J - відповідно кількість пасивних гілок, джерел напруги та струму.

Це рівняння і відображає закон балансу потужностей в електричному колі:

У будь-який момент часу сума миттєвих потужностей всіх пасивних гілок електричного кола дорівнює сумі миттєвих потужностей, що генеруються джерелами напруги та струму.

Приклад 1

Для електричного кола, зображеного на рис.3.2, б, скласти рівняння рівняння балансу потужностей.

Для заданого кола цей закон виражається такими співвідношеннями:

$$1: -u_e i_e + u_{R1} i_{R1} + u_{L1} i_{L1} + u_{R3} i_{R3} - u_j i_j + u_{C1} i_{C1} + u_{R2} i_{R2} = 0.$$

$$2: u_{R1} i_{R1} + u_{L1} i_{L1} + u_{R3} i_{R3} + u_{C1} i_{C1} + u_{R2} i_{R2} = u_j i_j + u_e i_e.$$

4 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Дайте визначення резистивного кола.
2. Назвіть особливі властивості лінійних, параметричних і нелінійних резистивних кіл.
3. Дайте визначення послідовного та паралельного з'єднання двополюсників.
4. Що таке змішане з'єднання?
5. У чому полягає сутність методу еквівалентних перетворень?
6. Запишіть формули еквівалентного перетворення ходу з'єднань «трикутник» в «зірку» і навпаки.
7. За яких умов при послідовному та паралельному з'єднанні n однакових реальних джерел напруги струм у навантаженні буде однаковим?
8. Яке з'єднання і яких елементів називають подільником напруги?
9. Яке з'єднання і яких елементів називають подільником струму?
10. Наведіть основні властивості резистивного подільника напруги.
11. Наведіть характерні властивості резистивного подільника струму.
12. За якою з формул обчислюється коефіцієнт розподілення струму двоелементного резистивного подільника струму: а) $K_i = R_1 / (R_1 + R_2)$; б) $K_i = R_2 / (R_1 + R_2)$; в) $K_i = (R_1 + R_2) / (R_1 R_2)$.
13. Визначити вхідний опір двоелементного резистивного подільника напруги з коефіцієнтом розподілення $K_u=0,5$ та опором одного із елементів $R_1=1$ кОм.
14. Визначити вхідний опір двоелементного резистивного подільника струму з коефіцієнтом розподілення $K_u=0,5$ та опором одного із елементів $R_1=1$ кОм.
15. Чому дорівнює еквівалентний опір паралельно з'єднаних n пасивних елементів із однаковим опором?
16. Чому дорівнює еквівалентний опір послідовно з'єднаних n пасивних елементів із однаковим опором?
17. Записати формулу для обчислення вхідного опору двоелементного резистивного подільника струму.

18. Записати формулу для обчислення вхідного опору двоелементного резистивного подільника напруги.
19. Чому дорівнює задавальна напруга еквівалентного джерела у разі послідовного з'єднання ідеальних джерел напруги?
20. Запишіть формулу, за якою обчислюється напруга на зовнішніх виводах кола з двома вузлами за методом двох вузлів.
21. Чому дорівнює задавальний струм еквівалентного джерела у разі паралельного з'єднання ідеальних джерел струму?
22. Сформулюйте алгоритм розрахунку лінійного кола методом суперпозиції.
23. Сформулюйте теорему компенсації.
24. Як визначити невідомий опір резистивного елемента, використовуючи теорему компенсації?
25. Сформулюйте алгоритм аналізу лінійного кола, що ґрунтується на теоремі про еквівалентне джерело.
26. Сформулюйте теорему про еквівалентне джерело напруги та струму.
27. Побудуйте схеми для кола Тевенена та Нортон.
28. Які величини називають параметрами еквівалентного генератора?
29. За яким алгоритмом визначаються параметри еквівалентного джерела напруги та струму?
30. Що таке напруга холостого ходу та струм короткого замикання?
31. Пояснити, чому у колах, зображених на рис. 4. 1, струми, що проходять через резистори з опором R , однакові?

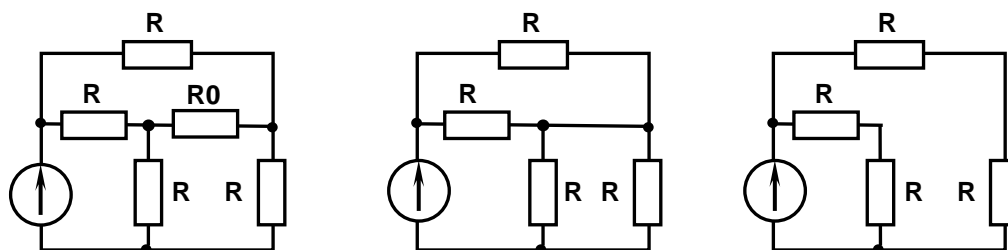


Рисунок 4.1– Еквівалентні резистивні кола.

32. Сформулюйте перший і другий закони Кірхгофа.
33. У чому полягає суть алгоритму запису рівнянь за першим та другим законами Кірхгофа
34. Електричне коло складається із n незалежних контурів і m – вузлів. Скільки рівнянь необхідно записати за першим та другим законами Кірхгофа ? Пояснити.
35. У чому полягає суть балансу потужностей в електричному колі?

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Основи теорії електронних кіл та сигналів у тестах, задачах, та розрахункових завданнях/А.П. Бондарєв, Р.Л. Желяк,Б.О. Капустій, Б.А. Мандзій, М.В. Мелень, В.М. Якубенко – Львів: ліга-Прес. 2006. - -121с.
2. Гумен М. Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 1. Аналіз лінійних електричних кіл. Часова область: Підручник / М.Б. Гумен, А. М. Гуржій, В. М. Співак; За ред. М. Б. Гумена. – К.: Вища шк., 2003. – 399 с .: іл.
3. Татур Т. А. Основы теории электрических цепей (справочное пособие):Учеб. Пособие. – М.: Высш.школа, 1980. – 271 с., ил.
4. ДСТУ 3095: 2015 Інформація та документація. ЗВІТИ У СФЕРІ НАУКИ І ТЕХНІКИ. Структура та правила оформлювання
5. ДСТУ 1.5:2015 Національна стандартизація. Правила розроблення, викладання та оформлення національних нормативних документів
6. Основы теории цепей: Учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.: ил.

ДОДАТОК А**(довідковий)****Приклад титульного аркуша****Міністерство освіти і науки України****Національний технічний університет України****«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»****Факультет електроніки****Кафедра звукотехніки та реєстрації інформації****ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ - 1****РОЗРАХУНКОВО – ГРАФІЧНА РОБОТА****«Аналіз лінійних резистивних кіл»****Керівник****Допущений до захисту**

/підпис, дата/

Виконавець роботи**студент****гр. ДВ-71****Результатизахисту**

/підпис, дата/

/підпис, дата/

Київ 2018

ДОДАТОК Б**(довідковий)**

Приклад оформлення завдання

Національний технічний університет України**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»****Кафедра** _____**Дисципліна** _____**Спеціальність** _____**Спеціалізація** _____**Курс** _____ **Група** _____ **Семестр** _____**ЗАВДАННЯ****на розрахунково – графічну роботу****студенту** _____

/ прізвище, ім'я, по батькові /

1. Тема роботи _____**2. Строк здачі студентом закінченої роботи** _____**3. Вихідні дані до роботи** _____**4. Перелік графічного матеріалу** _____**5. Дата видачі завдання** _____

Продовження Додатку Б

Календарний план виконання РГР

№ п/п	Назва етапів розрахунково – графічної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітки

Студент _____

/підпис/

Керівник _____

(підпис)

(прізвище, ім'я, по батькові)

«_____» _____ 2018 р.

ДОДАТОК С

Таблиця 1С – Варіанти завдань

№ варіанта	№ пункта завдання	Параметри елементів заданого кола									
		I_{J1} мА	U_{E1} В	U_{E2} В	U_{RX} В	I_{RX} мА	R1 кОм	R2 кОм	R3 кОм	R4 кОм	RX кОм
1	1, 2	2	4	6			1	2	3	4	5
	3	1	3	5	6	2	4	3	2	1	
2	1, 2	3	2	4			5	4	3	2	1
	3	4	5	2	1	3	2	5	1	3	
3	1, 2	5	1	3			3	1	4	5	2
	3	6	6	1	2	1	7	3	5	6	
4	1, 2	7	8	9			6	4	6	8	3
	3	4	2	10	3	4	3	1	4	2	
5	1, 2	3	1	7			4	5	1	3	4
	3	2	3	8	5	6	1	8	5	4	
6	1, 2	1	4	3			7	2	8	6	5
	3	8	7	2	4	5	5	3	4	7	
7	1, 2	1	3	5			7	9	11	10	6
	3	2	4	6	7	9	4	3	5	8	
8	1, 2	3	5	4			1	6	2	7	7
	3	4	6	8	9	7	2	3	8	1	
9	1, 2	5	3	1			6	4	7	2	8
	3	9	7	5	2	4	3	1	4	7	
10	1, 2	2	3	6			5	7	9	1	9
	3	4	6	8	3	2	1	5	7	10	
11	1, 2	1	4	6			8	10	3	2	11
	3	2	1	5	3	4	2	5	6	7	

12	1, 2	10	8	6			4	2	5	3	1
	3	1	3	5	7	9	2	4	3	5	
13	1, 2	2	4	1			3	5	7	6	2
	3	4	2	3	5	7	4	8	6	2	
14	1, 2	9	7	5			3	1	4	5	3
	3	1	4	7	9	11	5	4	3	2	
15	1, 2	3	5	9			6	2	5	1	4
	3	2	4	8	7	9	4	3	6	8	
16	1, 2	7	9	5			2	8	3	6	5
	3	1	3	7	6	4	9	7	2	8	
17	1, 2	3	5	4			3	6	1	9	6
	3	10	8	6	4	2	1	3	5	7	
18	1, 2	4	2	8			3	5	7	10	7
	3	2	1	3	5	4	6	8	10	9	
19	1, 2	9	7	5			3	1	2	4	8
	3	10	8	6	4	2	5	3	1	7	
20	1, 2	8	6	4			2	5	3	1	9
	3	2	5	8	3	7	4	1	6	9	
21	1, 2	9	6	1			7	3	8	5	2
	3	7	1	3	2	4	5	3	1	2	
22	1, 2	6	9	1			1	6	3	4	5
	3	8	2	7	9	4	6	7	1	3	
23	1, 2	5	6	3			8	2	5	9	7
	3	4	1	5	8	3	2	4	6	7	
24	1, 2	3	2	4			5	8	4	6	10
	3	5	7	3	6	9	4	7	5	3	
25	1, 2	6	4	5			2	1	7	8	4
	3	2	1	3	4	7	5	6	4	9	
26	1, 2	3	5	7			8	3	1	2	6

	3	5	3	4	7	6	1	2	3	9	
27	1, 2	6	4	8			10	7	5	3	2
	3	5	3	7	6	5	9	4	2	1	
28	1, 2	4	2	6			8	3	1	2	4
	3	3	5	4	3	2	7	6	4	5	
29	1, 2	7	9	5			3	5	6	4	3
	3	1	8	6	4	3	5	9	7	6	
30	1, 2	5	3	4			6	2	3	1	5
	3	8	3	2	5	7	4	8	6	3	

ДОДАТОК Д

Таблиця Д - Кратні та частинні одиниці

Найменування	Значення	Позначення
тера	10^{12}	Т
гіга	10^9	Г
мега	10^6	М
кіло	10^3	К
гекто	10^2	г
дека	10^1	да
піко	10^{-12}	п
нано	10^{-9}	н
мікро	10^{-6}	мк
мілі	10^{-3}	м
санти	10^{-2}	с
деци	10^{-1}	д